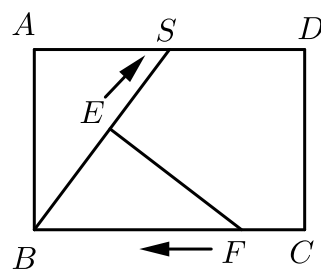


第3讲二次函数与区间最值（练习）

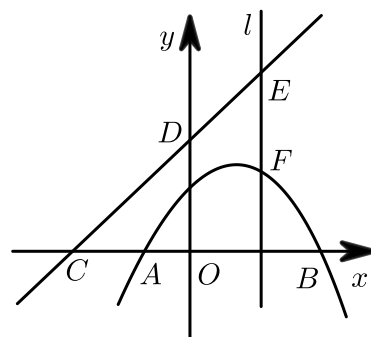
一、定轴定区间

1. 抛物线 $y = x^2 - 5x$ ，当 $0 \leq x \leq 3$ 时，对应的 y 的取值范围是 _____ .
2. 已知函数 $y = -2x^2 - 4x + 7$ ，根据下列 x 的范围求函数的最值 .
① $-3 \leq x \leq 0$; ② $-2 \leq x \leq 2$; ③ $0 \leq x \leq 4$; ④ $-3 \leq x \leq -0.5$; ⑤ $m \leq x \leq m + 1$ (m 是实数) .
3. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $BC = 6\text{cm}$ ， $AB = 4\text{cm}$ ， S 是 AD 中点，点 E 以每秒 2cm 的速度从点 B 出发沿折线 $BS - SD - DC$ 匀速运动，同时点 F 以每秒 1cm 的速度从点 C 出发沿 CB 运动．设点 E 、 F 出发 t 秒($0 < t < 6$)时， $\triangle EBF$ 的面积为 $y\text{cm}^2$.



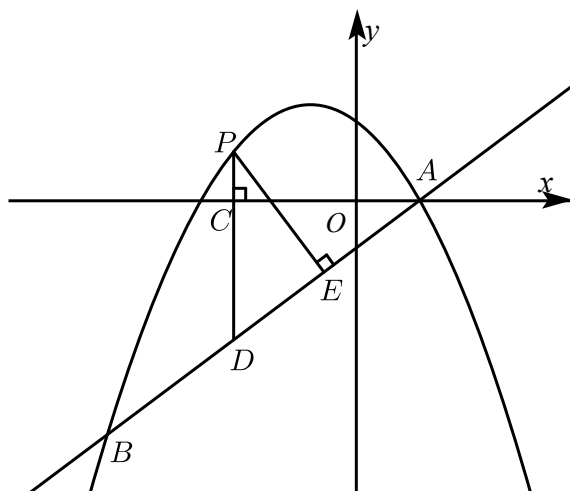
- (1) 求 y 与 t 的函数关系式 .
- (2) 当 t 为何值时， y 取得最大值，并求出此最大值 .

4. 如图，直线 $y = kx + b$ (k, b 为常数) 分别与 x 轴， y 轴交于点 $C(-3, 0)$ ， $D(0, 3)$ ，抛物线 $y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 2$ 与 x 轴交于点 A 和点 B (点 A 在点 B 的左侧)。



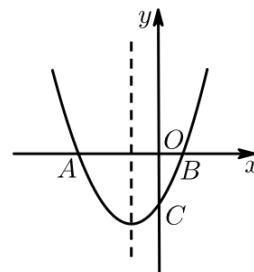
- (1) 求直线 $y = kx + b$ 的表达式。
- (2) 求点 A 和点 B 的坐标。
- (3) 若直线 l 与 x 轴垂直，在点 A 与点 B 之间移动，且与直线 $y = kx + b$ (k, b 为常数) 交于点 E ，与抛物线 $y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 2$ 交于点 F ，求 EF 的最小值。

5. 如图，在平面直角坐标系中，直线 $y = \frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$ 与抛物线 $y = -\frac{1}{4}x^2 + bx + c$ 交于 A 、 B 两点，点 A 在 x 轴上，点 B 的横坐标为 -8 。



- (1) 求该抛物线的解析式。
- (2) 点 P 是直线 AB 上方的抛物线上一动点（不与点 A 、 B 重合），过点 P 作 x 轴的垂线，垂足为 C ，交直线 AB 于点 D ，线段 PD 的长度是否存在最大值？若存在，求出其最大值。
- (3) 在(2)的基础上作 $PE \perp AB$ 于点 E ，设 $\triangle PDE$ 的周长为 m ，点 P 的横坐标为 x ，当 $\triangle PDE$ 周长 m 最大时，求点 P 的坐标，并求出 m 的最大值。

6. 如图，抛物线 $y = (x + 1)^2 + k$ 与 x 轴相交于 A 、 B 两点，与 y 轴相交于点 $C(0, -3)$ 。



- (1) 求抛物线的对称轴及 k 值。
- (2) 抛物线的对称轴上存在一点 P ，使得 $PB + PC$ 的值最小，求此时点 P 的坐标。
- (3) 点 M 是抛物线上一动点，且在第三象限，当 M 点运动到何处时，四边形 $AMCB$ 的面积最大？求出四边形 $AMCB$ 的最大面积及此时点 M 的坐标。

二、定轴动区间

7. 若函数 $y = x^2 - 2x + 1$ 在 $a \leq x \leq a + 2$ 时的最小值为4, 则 a 的值是多少?

8. 二次函数 $y = x^2 - 2x - 3$, 当 $m - 2 \leq x \leq m$ 时, 函数有最大值5, 则 m 的值可能为 _____ .

9. 若函数 $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{13}{2}$, 其中 $a \leq x \leq b (a < b)$, y 的最小值为 $2a$, y 的最大值为 $2b$, 求 a 、 b 的值.

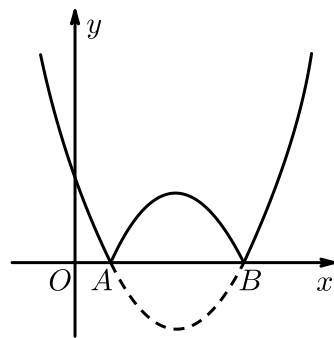
10. 已知二次函数 $y = a(x - 1)^2 - 4$ 的图象经过点 $(3, 0)$.

(1) 求 a 的值.

(2) 若 $A(m, y_1)$ 、 $B(m + n, y_2) (n > 0)$ 是该函数图象上的两点, 当 $y_1 = y_2$ 时, 求 m 、 n 的数量关系.

(3) 当 $m \leq x \leq m + n$ 时, 请写出函数最小值 $y_{\min}$.

11. 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 - mx + \frac{1}{2}m^2 - 2$ (m 为大于0的常数) 与 x 轴交于 A, B 两点 (点 A 在点 B 的左侧) .



(1) 若点 A 的坐标为 $(1, 0)$.

① 求抛物线的表达式 .

② 当 $n \leq x \leq 2$ 时, 函数值 y 的取值范围是 $-\frac{3}{2} \leq y \leq 5 - n$, 求 n 的值 .

(2) 将抛物线在 x 轴下方的部分沿 x 轴翻折, 得到新的函数的图象, 如图, 当 $2 < x < 3$ 时, 若此函数的值随 x 的增大而减小, 直接写出 m 的取值范围 .

三、 动轴定区间

12. 已知二次函数 $y = -(x - h)^2$ (h 为常数) , 当自变量 x 的值满足 $2 \leq x \leq 5$ 时, 与其对应的函数值 y 的最大值为 -1 , 则 h 的值为 () .
- A. 3或6 B. 1或6 C. 1或3 D. 4或6

13. 当 $-1 \leq x \leq 2$ 时, 二次函数 $y = x^2 - 2mx + 2m^2 + 1$ 有最小值4, 求实数 m 的值.

14. 已知函数 $y = ax^2 + (2a - 1)x - 3$ ($a \neq 0$), 当 $-\frac{3}{2} \leq x \leq 2$ 时, y 的最大值为1, 求实数 a 的值.

15. 已知抛物线 $y = -x^2 + bx + 2 - b$, 在自变量 x 的值满足 $-1 \leq x \leq 2$ 的情况下, 函数有最大值 m , 则 m 的最小值是 _____.

16. 已知函数 $y = x^2 + bx + 3b$ (b 为常数) 的图象不经过第三象限, 当 $-6 \leq x \leq 2$ 时, 函数的最大值与最小值之差为25, 求 b 的值是 _____.

四、动轴动区间

17. 对于题目 “二次函数 $y = \frac{3}{4}(x - m)^2 + m$, 当 $2m - 3 \leq x \leq 2m$ 时, y 的最小值是1, 求 m 的值.” 甲的结果是 $m = 1$, 乙的结果是 $m = -2$, 则 ().

A. 甲的结果正确

B. 乙的结果正确

C. 甲、乙的结果合在一起不正确

D. 甲、乙的结果合在一起才正确

18. 已知二次函数 $y = x^2 + mx + n$ (m, n 为常数) .

(1) 若 $m = -2, n = -4$, 求二次函数的最小值 .

(2) 若 $n = 3$, 该二次函数的图象与直线 $y = 1$ 只有一个公共点 , 求 m 的值 .

(3) 若 $n = m^2$, 且 $3m + 4 < 0$, 当 x 满足 $m \leq x \leq m + 2$ 时 , y 有最小值13 , 求此二次函数的解析式 .

19. 已知二次函数 $y = x^2 + 2bx + c$ (b, c 为常数) .

(1) 当 $b = 1, c = -3$ 时 , 求二次函数在 $-2 \leq x \leq 2$ 上的最小值 .

(2) 当 $c = 3$ 时 , 求二次函数在 $0 \leq x \leq 4$ 上的最小值 .

(3) 当 $c = 4b^2$ 时 , 若在自变量 x 的值满足 $2b \leq x \leq 2b + 3$ 的情况下 , 与其对应的函数值 y 的最小值为21 , 求此时二次函数的解析式 .

20. 定义：将函数 l 的图象绕点 $P(m, 0)$ 旋转 180° ，得到新的函数 l' 的图象，我们称函数 l' 是函数 l 关于点 P 的相关函数．

例如：当 $m = 1$ 时，函数 $y = (x + 1)^2 + 5$ 关于点 $P(1, 0)$ 的相关函数为 $y = -(x - 3)^2 - 5$ ．

(1) 当 $m = 0$ ．

① 一次函数 $y = x - 1$ 关于点 P 的相关函数为 _____ ．

② 点 $A\left(\frac{1}{2}, -\frac{9}{8}\right)$ 在二次函数 $y = -ax^2 - ax + 1 (a \neq 0)$ 关于点 P 的相关函数的图象上，求 a 的值．

(2) 函数 $y = (x - 1)^2 + 2$ 关于点 P 的相关函数是 $y = -(x + 3)^2 - 2$ ，则 $m =$ _____ ．

(3) 当 $m - 1 \leq x \leq m + 2$ 时，函数 $y = x^2 - mx - \frac{1}{2}m^2$ 关于点 $P(m, 0)$ 的相关函数的最大值为6，求 m 的值．